



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T06
PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 05/12/2007
ALUNO(A): _____

PROVA DA UNIDADE III

Questão 1: (1,5 pontos) Seja $f(x, y)$ tal que $f(2, 8) = 4$, $f_x(2, 8) = 1$, e $f_y(2, 8) = \frac{1}{4}$.

(1.1) Em que direção, a partir do ponto $(2, 8)$, a derivada direcional é zero?

(1.2) Se movemos a partir do ponto $(2, 8)$ na direção do ponto $(5, 4)$, qual é a taxa inicial de crescimento de f ?

Questão 2: (1,5 pontos) Seja $f(x, y) = x^2y - 2xy + 2y^2 - 15y$. Ache todos os pontos críticos de f e classifique-os como máximos locais, mínimos locais e pontos de selas.

Questão 3: (1,5 pontos) Usando o método de multiplicadores de Lagrange, determine os valores máximo e mínimo da função $f(x, y, z) = x + 2y + 4z$ sujeita a restrição $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. E pontos onde elas são atingidos.

Questão 4: (2,5 pontos) Faça o que se pede:

(4.1) Calcule a integral $\int \int_R xy \, dA$, onde R é o triângulo com vértices $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$.

(4.2) Expresse a integral $\int \int_R (x^2 + y^2)^{3/2} \, dA$, onde R é a região do 1º quadrante limitada pelas retas $y = 0$ e $y = \sqrt{3}x$ e o círculo $x^2 + y^2 = 9$, como uma integral em coordenadas polares e calcule-la.

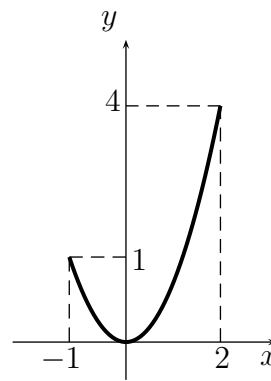
Questão 5: (2,0 pontos) Verifique se os seguintes campos são conservativos. Em caso afirmativo, encontre sua potencial:

(5.1) $\vec{F}(x, y, z) = \frac{1}{x}\vec{i} + \frac{1}{y}\vec{j} + \frac{1}{xy}\vec{k}$

(5.2) $\vec{F}(x, y) = (2xe^y + 4xy + e^{2x})\vec{i} + (x^2e^y + 2x^2 + \cos(2y) - 1)\vec{j}$

Questão 6: (2,5 pontos)

(6.1) Determine a quantidade de massa m de um fio cuja densidade é dada pela função $f(x, y) = 2x$, sabendo que o fio está esticado conforme a curva (parabola) c da figura ao lado.



(6.2) Calcule o trabalho realizado na movimentação de um objeto na direção anti-horário uma vez em torno da fronteira da região $M = \{(x, y); x^2 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$, sabendo que o movimento é causado pelo campo de força $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + xy\vec{j}$.

Formulas

(a) $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(x, y) = \nabla f(x, y) \cdot \vec{v}$

(b) $\int \int_D f(x, y) dx dy = \int \int_{D^*} f(r \cos \theta, r \sin \theta) \cdot r dr d\theta$

(c) $\int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_a^b f(\gamma(t)) \|\gamma'(t)\| dt$

(d) $\int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{F}(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t) dt$