



Universidade Federal da Bahia. Instituto de Matemática. Departamento de Matemática.  
MATA03 – Cálculo B Prova da 2ª Unidade Data: 30 / 05/ 2008  
Semestre – 2008.1 Horário: 07h às 08h e 50min  
Professora: *Silvia Velloso Guimarães* Turma: 02 Sala: 208 – PAF I  
Nome do Aluno \_\_\_\_\_  
Assinatura \_\_\_\_\_

*Boa sorte!*

**Observações:**

✎ A prova deverá ser resolvida a tinta azul ou preta.

✎ Se necessário, solicite folha de papel para rascunho ou utilize o verso da folha de questões. ***Não risque a carteira.***

✎ **Todas as respostas devem ser justificadas.**

1ª QUESTÃO (Valores dos itens – 3,3)

1.1) Represente graficamente o domínio máximo da função real de duas variáveis reais, definida por

$$f(x, y) = \frac{\log(36 - 9x^2 - 4y^2)}{\sqrt{y - 2x}}, \text{ justificando analiticamente.}$$

1.2) Descreva as curvas de nível  $k$  da função  $f$  do  $\mathbb{R}^2$ , definida por  $f(x, y) = y^2 - 9x^2$ , em relação aos valores reais de  $k$ . No caso de hipérboles ou elipses, diga qual é o eixo focal.

1.3) Mostre que não existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x - y)^2}$ . (Sugestão: Resolva por caminhos distintos)

2ª QUESTÃO (Valor – 2,2)

2.1) Sendo  $z = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ , mostre que  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .

2.2) Usando diferencial total, calcule um valor aproximado para  $f(-1,001; 1,003)$ , sabendo que  $f(x, y) = y^x - xy^2$ , sendo  $u = x y^2$  e  $v = x^y$ .

3ª QUESTÃO (Valores dos itens – 1,2; 1,1)

3.1) Seja  $f$  uma função diferenciável, tal que  $z = f(xy^2, \frac{\sqrt{x}}{y})$ . Calcule  $\frac{\partial z}{\partial x}(1, -3)$ , sabendo que

$$\frac{\partial z}{\partial u}(9, -\frac{1}{3}) = 2 \text{ e } \frac{\partial z}{\partial v}(9, -\frac{1}{3}) = 4.$$

3.2) Considere a função  $f$  definida por  $z = f(x, y)$ , que satisfaz a equação  $x^3 y^2 + x^3 + z^3 - z = 11$ . Determine uma equação do plano tangente ao gráfico dessa função no ponto  $Q_0(1, -2, 2)$ .

4ª Questão (Valor – 2,2)

Considere a função definida por  $f(x, y) = \sin(xy)$ , o ponto  $P_0(-\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2})$  e o vetor  $\vec{u} = (1, -1)$ .

Determine:

4.1) A derivada no ponto  $P_0$  na direção e no sentido do vetor  $\vec{u}$ .

4.2) O valor máximo da derivada direcional de  $f$  no ponto  $P_0$  e um vetor na direção e no sentido que ocorre esse fato.